**Системы счисления (СС). Развернутая формула.**

Существуют позиционные и непозиционные системы счисления.

Арабская десятичная система счисления (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9), которым мы пользуемся в повседневной жизни, является позиционной, а римская (I,II,III,IV,V,VI…) − нет.

**Позиционная** [**система счисления**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) **(СС)** – это система, в которой количественное значение каждой [цифры](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B8%D1%84%D1%80%D1%8B) в [записи](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%D0%BE%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) числа зависит от его позиции ([разряда](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D0%B9_%D1%80%D0%B0%D0%B7%D1%80%D1%8F%D0%B4)).

Рассмотрим десятичное число 1287,923**10**. Докажем с помощью развернутой формулы, что у каждой цифры в числе свой вес и он зависит от разряда!

Первое, что необходимо сделать – это правильно надписать разряды в числе.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| разряд | **3** | **2** | **1** | **0** |  | **-1** | **-2** | **-3** |  |
| число | **1** | **2** | **8** | **7** | **,** | **9** | **2** | **310** | основание СС |

Обратите ВНИМАНИЕ!!!

Крайне правая цифра целой части числа – это и есть нулевой разряд!!!

Тогда число 1287,923**10** можно представить в виде *развернутой формулы*:

3 2 1 0 -1-2-3

1287,923**10**  = 1·**10**3 + 2·**10**2 + 8·**10**1 + 7·**10**0 + 9·**10-**1 + 2·**10-**2 + 3·**10**-3 =

=1000 + 200 + 80 + 7 + 0,9 + 0,02 + 0,003

Обратите ВНИМАНИЕ!!!

При подсчете важно помнить, что при умножении любого числа **x\*0 = 0**, а любое число **x0 =1** !!!!

Каждую цифру числа мы умножаем на основание СС, в которой представлено число.

В данном случае число десятичное, потому и умножаем на 10!!!

Для переводов чисел из одной СС в другую нам потребуется таблица соответствий (\*):

**Таблица (\*)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Основание СС** | | | |
| **10** | **2** | **8** | **16** |
| **0** | 0 | 0 | 0 |
| **1** | 1 | 1 | 1 |
| **2** | 10 | 2 | 2 |
| **3** | 11 | 3 | 3 |
| **4** | 100 | 4 | 4 |
| **5** | 101 | 5 | 5 |
| **6** | 110 | 6 | 6 |
| **7** | 111 | 7 | 7 |
| **8** | 1000 | 10 | 8 |
| **9** | 1001 | 11 | 9 |
| **10** | 1010 | 12 | A |
| **11** | 1011 | 13 | B |
| **12** | 1100 | 14 | C |
| **13** | 1101 | 15 | D |
| **14** | 1110 | 16 | E |
| **15** | 1111 | 17 | F |
| **16** | 10000 | 20 | 10 |

**Алгоритмы перевода из одной СС в другую**

1. **Перевод чисел из любой СС → в 10 CC**

С помощью *развернутой формулы*:

1. Расставляем разряды.
2. После знака равно должны быть только десятичные числа, потому цифры исходного числа заменяем по табли це (\*) на десятичные.

* **Пример:** перевести 1011101,0012 **из 2 СС → 10 СС**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| разряд | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |  | -1 | -2 | -3 |
| число | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | , | 0 | 0 | 12 |

Двоичные 0 и 1 по таблице (\*) соответствуют десятичным 0 и 1 т.е. фактически ничего не изменится, теперь можем приступать к написанию развернутой формулы:

6543210-1-2-3

1011101,001**2**= 1·**2**6 + 0·**2**5 + 1·**2**4 + 1·**2**3 + 1·**2**2 + 0·**2**1 + 1·**2**0 + 0·**2**-1 + 0·**2**-2 + 1·**2**-3 =

= 64 + 0 + 16 + 8 + 4 + 0 + 1 + 1/8 = 93,12510

* **Пример:** перевести AB572,CDF16 **из 16 СС → 10 СС**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| разряд | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |  | -1 | -2 | -3 |
| число | A | B | 5 | 7 | 2 | , | C | D | F16 |

Здесь после знака = заменяем по таблице (\*) **A16** - на 1010, **B16** - на 1110, **C16**- на 1210, **D16**-на 1310, **F16** - на 1510, теперь можем приступить к написанию развернутой формулы:

43210 -1-2-3

AB572,CDF**16** = 10·**16**4 + 11·**16**3 + 5·**16**2 + 7·**16**1 + 2·**16**0 + 12·**16**-1 + 13·**16**-2 + 15·**16**-3 =

=10·164 + 11·163 + 5·162 + 7·161 + 2·160 + 12·1/16 + 13·1/162 + 15·1/163

1. **Перевод чисел из 2 СС → в 8 СС и 16 СС**

Алгоритм перевода целых чисел:

1. Исходное число разбивается на **триады** (по **3** цифры) – для перевода в 8 СС, или на **тетрады** (**4** цифры) - для перевода в 16 СС, начиная с младших разрядов. Если количество цифр исходного двоичного числа не кратно 3 или 4, оно дополняется слева незначащими нулями до достижения кратности 3 или 4.
2. Каждая триада заменяется соответствующей восьмеричной цифрой по таблице (\*), а тетрада заменятся соответствующей шестнадцатеричной цифрой в соответствии с таблицей (\*).

* **Пример**: перевести двоичное число 100112 **из 2 СС → 8 СС и 16 СС**

100112 = *0***10  011** = 238

100112 = *000***1 0011** = 1316

* **Пример**: перевести двоичное число 10110112 **из 2 СС → 8 СС и 16 СС**

10110112 = *00***1  011 011** =1338

10110112 = *0***101 1011** = 5B16

- где *0* – это незначащие нули, и полученные триады и тетрады заменяются по таблице (\*).

1. **Перевод чисел из 10 СС → в любую СС**

Алгоритм перевода **целых**  частей чисел:

1. Последовательно выполняем **деление** исходного числа  и  получаемых целых частных на основание СС, в которую переводим до тех пор, пока не получим частное, меньшее делителя.
2. Последнее полученное частное и остатки,  заменяем по таблице (\*) соответствующими цифрами той СС, в которую переводим.
3. Записываем целое число в новой СС, начиная с последнего полученного частного и все остатки в обратном порядке.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| * **Пример:**  перевести десятичное число 1110  **из** **10 СС → 2 СС**  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 11 | 2 |  |  | | -10 | 5 | 2 |  | | 1 | -4 | 2 | 2 | |  | 1 | -2 | 1 | |  |  | 0 |  |   Получаем: 1110=10112. | * **Пример:**  перевести  десятичное число 17310  **из** **10 СС → 8 СС**:  |  |  |  | | --- | --- | --- | | 173 | 8 |  | | -168 | 21 | 8 | | 5 | -16 | 2 | |  | 5 |  |     Получаем:  17310=2558 | * **Пример:** перевести десятичное число 17310 **из** **10 СС → 16 СС**:  |  |  | | --- | --- | | 173 | 16 | | -160 | 10 | | 13 | (A) | | (D) |  |   Получаем: 17310=AD16. |