

2. СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Любые данные для обработки компьютером представляются последовательностями двух чисел – единицы и нуля. Такая форма представления получила название двоичной. Важным понятием при представлении данных в компьютере является система счисления.

Система счисления – это совокупность приемов и правил представления чисел с помощью символов, имеющих определенное количественное значение.

Различают позиционные системы счисления и непозиционные.

Непозиционная системы счисления – система, в которой символы, обозначающие то или иное количество, не меняют своего значения в зависимости от местоположения (позиции) в изображении числа.

Запись числа A в непозиционной системе счисления может быть представлена выражением:

$$A = D_1 + D_2 + \dots + D_n = \sum_{i=1}^n D_i$$

где $D_1, D_2, \dots, D_n$ – символы системы

Непозиционной системой счисления является самая простая система с одним символом (палочкой). Для изображения какого-либо числа в этой системе надо записать количество палочек, равное данному числу. Это система самая неэффективная, так как форма записи очень громоздка.

К непозиционной системе относится и римская, табл. 1.

Таблица 1

Римские цифры	Значение (обозначаемое количество)	Римские цифры	Значение (обозначаемое количество)
I	1	C	100
V	5	D	500
X	10	M	1000
L	50		

Так, например, в римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) значение цифры X в любой позиции равно десяти.

Запись чисел в данной системе счисления осуществляется по правилам:

1) если цифра слева меньше, чем цифра справа, то левая цифра вычитается из правой (IX: $1 < 10$, следовательно, $10 - 1 = 9$; XC: $10 < 100$, следовательно, $100 - 10 = 90$);

2) если цифра справа меньше или равна цифре слева, то эти цифры складываются (VII: $5 + 1 + 1 = 7$; XXXV: $10 + 10 + 10 + 5 = 35$).

Так, число 1984 в римской системе счисления имеет вид MCMLXXXIV (M – 1000, CM – 900, LXXX – 80, IV – 4).

В римской системе нельзя записывать подряд 4 одинаковых цифр.

В общем случае непозиционные системы счисления характеризуются сложными способами записи чисел и правилами выполнения арифметических операций.

Позиционная система счисления – это система счисления, в которой значение цифры определяется ее местоположением (позицией) в изображении числа.

Алфавит позиционной системы счисления – упорядоченный набор символов (цифр) $\{a_0, a_1, \dots, a_n\}$, используемый для представления чисел в данной системе счисления.

Основание позиционной системы счисления – количество символов (цифр) алфавита $q = n + 1$, используемых для изображения чисел в данной системе счисления.

Примером позиционной системы счисления является десятичная система счисления. Ее алфавит $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Основание $q = 10$.

Например, в десятичной системе счисления число 333 записывается с помощью одной цифры 3, но значение каждой цифры определяется ее местоположением в числе: первая тройка – число сотен в числе, вторая тройка – число десятков, последняя – число единиц.

За основание системы счисления можно принять любое натуральное число – два, три, четыре и т. д.

Обычно в качестве алфавита берутся последовательные целые числа от 0 до $(q - 1)$ включительно. В тех случаях, когда общепринятых (арабских) цифр не хватает для обозначения всех символов алфавита системы счисления с основанием $q > 10$, используются буквенные обозначения цифр. В табл. 2 приведены алфавиты некоторых систем счисления.

Таблица 2

Система счисления	Основание	Алфавит системы счисления
Двоичная	2	0, 1
Троичная	3	0, 1, 2
Четверичная	4	0, 1, 2, 3
Пятеричная	5	0, 1, 2, 3, 4
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двенадцатеричная	12	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Для позиционной системы счисления справедливо равенство:

$$A_q = a_n q^n + a_{n-1} q^{n-1} + \dots + a_1 q^1 + a_0 q^0 + a_{-1} q^{-1} + a_{-2} q^{-2} + \dots + a_{-m} q^{-m}, \quad (9)$$

где A_q ($A_q = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m}$) – любое число, записанное в системе счисления с основанием q ;

a_i – цифры числа ($i = n, n - 1, \dots, 1, 0, -1, -2, -m$);

$n + 1$ – число целых разрядов;

m – число дробных разрядов.

Равенство (9) называют развернутой формой записи числа.

Пример

Записать числа $386,154_{10}$, $101,11_2$, $561,42_8$, $6BF, A_{16}$ в развернутой форме.

Согласно равенству (9) имеем:

$$386,15_{10} = 3 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

$$101,11_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$$

$$561,42_8 = 5 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} + 3 \cdot 8^{-3}$$

$$6BF, A_{16} = 6 \cdot 16^2 + B \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 + A \cdot 16^{-1}$$

В вычислительной технике наибольшее распространение получили двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная системы счисления.

Перевод чисел в позиционных системах счисления

Приведем таблицу для перевода первых 16 чисел в различные системы счисления (табл. 3).

Таблица 3

Десятичные числа $q = 10$	Двоичные числа $q = 2$	Восьмеричные числа $q = 8$	Шестнадцатеричные числа $q = 16$
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Перевод чисел из системы счисления с основанием q в десятичную систему счисления

Правило

Перевод в десятичную систему числа A , записанного в системе счисления с основанием q в виде $A_q = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m}$ сводится к вычислению значения многочлена (9) средствами десятичной арифметики.

Примеры

1. Перевести число $7A5F_{16}$ в десятичную систему.

$$q = 16, \quad n = 3.$$

$$7A5F_{16} = 7 \cdot 16^3 + A \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 = 7 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16 + 15 = 28672 + 2560 + 80 + 15 = 31327_{10}$$

2. Перевести число $1001,1101_2$ в десятичную систему.

$$q = 2, \quad n = 3, \quad m = 4.$$

$$1001,1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = \\ = 8 + 0 + 0 + 1 + 0,5 + 0,25 + 0 + 0,0625 = 9,8125_{10}.$$

3. Перевести число $125,03_8$ в десятичную систему.

$$q = 8, \quad n = 2, \quad m = 2.$$

$$1 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 0 \cdot 8^{-1} + 3 \cdot 8^{-2} = 64 + 16 + 5 + 0 + 0,046875 = 85,046875_{10}.$$

Перевод чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием q

Перевод вещественного числа из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием q осуществляется в два этапа. Переводится отдельно целая и дробная часть числа, а затем при записи числа в новой системе счисления целая часть запятой (точкой) отделяется от дробной.

Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием q

Правило

Для перевода целого числа A из десятичной системы счисления в систему с основанием q необходимо A разделить с остатком (нацело) на число q , записанное в десятичной системе. Затем неполное частное, полученное от деления, нужно снова разделить с остатком на q и т. д., пока последнее полученное неполное частное не станет равным нулю. Представлением числа A в новой системе счисления будет последовательность остатков деления, изображенных q -ичной цифрой и записанных в порядке, обратном порядку их получения.

Примеры

1. Перевести число 20959_{10} в шестнадцатеричную систему счисления.

Число	Частное	Остаток	
$20959:16$	$=1309$	15	↑
$1309:16$	$= 81$	13	
$81:16$	$= 5$	1	
$5:16$	$= 0$	5	

Ответ: $20959_{10} = 51DF_{16}$.

2. Перевести число 405_{10} в двоичную систему счисления.

Число	Частное	Остаток	
$405:2$	$= 202$	1	↑
$202:2$	$= 101$	0	
$101:2$	$= 50$	1	
$50:2$	$= 25$	0	
$25:2$	$= 12$	1	
$12:2$	$= 6$	0	
$6:2$	$= 3$	0	
$3:2$	$= 1$	1	
$1:2$	$= 0$	1	

Ответ: $405_{10} = 110010101_2$.

Перевод правильных дробей из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием q

Правило

Для перевода дроби из десятичной системы счисления в систему с основанием q необходимо последовательно выполнять умножение исходной дроби и получаемых дробных произведений на основание системы счисления q до тех пор, пока не получится нулевая дробная часть или не будет достигнута требуемая точность вычислений. Представлением дроби в новой системе счисления будет последовательность полученных целых частей произведения, записанных в порядке их получения.

Примеры

1. Перевести число $A=0,125_{10}$ в двоичную систему счисления.

$$0,125 \times 2 = 0,25 = \textcircled{0} + 0,25$$

$$0,25 \times 2 = 0,5 = \textcircled{0} + 0,5$$

$$0,5 \times 2 = \textcircled{1}$$



Останавливаемся, т. к. получили нулевую дробную часть

Ответ: $0,125_{10} = 0,001_2$.

2. Перевести число $74,67_{10}$ в восьмеричную систему счисления с точностью до пятого знака.

Переведем сначала в восьмеричную систему счисления целую часть числа, затем дробную часть.

Число	Частное	Остаток
-------	---------	---------

$$74:8 = 9$$

2

$$9:8 = 1$$

1

$$1:8 = 0$$

1



$$74_{10} = 112_8$$

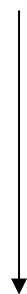
$$0,67 \times 8 = 5,36 = \textcircled{5} + 0,36$$

$$0,36 \times 8 = 2,88 = \textcircled{2} + 0,88$$

$$0,88 \times 8 = 7,04 = \textcircled{7} + 0,04$$

$$0,04 \times 8 = 0,32 = \textcircled{0} + 0,32$$

$$0,32 \times 8 = 2,56 = \textcircled{2} + 0,56$$



Останавливаемся, т.к. получили 5-й знак после запятой

$$0,67_{10} = 0,52702_8$$

Ответ: $74,67_{10} = 112,52702_8$.

Перевод чисел из двоичной системы счисления в системы с основанием $q = 2^n$

Перевод чисел из двоичной системы в системы с основанием, равным степени двойки, выполняется по более простым правилам, чем с другим основанием.

Правило

Для перевода двоичного числа в систему с основанием $q = 2^n$ нужно число разбить влево и вправо от запятой на группы по n цифр в каждой. Если в первой левой или последней правой группах окажется менее n цифр, то их необходимо дополнить слева и справа нулями. Затем для каждой группы, состоящей из n двоичных цифр, записать соответствующее число в системе счисления $q = 2^n$.

Примеры

1. Число 10111111100000011_2 перевести в восьмеричную систему счисления.

$$q = 8 = 2^3 \quad n = 3.$$

Заданное число разобьем справа налево на группы по 3 цифры (триады) и запишем соответствующие им числа в восьмеричной системе:

$$10111111100000011_2 = 010\ 111\ 111\ 100\ 000\ 011 = 277403_8$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
2 7 7 4 0 3

2. Число $11011011100011,11011_2$ перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

$$q = 16 = 2^4, n = 4.$$

Целую часть числа разобьем справа налево, а дробную – слева направо группы по 4 цифры (тетрады), недостающие группы дополним нулями и запишем соответствующие им числа в шестнадцатеричной системе:

$$11011011100011,11011_2 = 0011\ 0110\ 1110\ 0011,1101\ 1000 = 36E3,D8_{16}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
3 6 E 3 D 8

Перевод чисел из систем счисления с основанием $q = 2^n$ в двоичную систему

Правило

Для перевода числа из системы счисления с основанием $q = 2^n$ в двоичную систему нужно каждую цифру числа заменить эквивалентным двоичным числом длиной n разрядов.

Примеры

1. Число $537,45_8$ перевести в двоичную систему счисления.

$$q = 8 = 2^3 \quad n = 3.$$

Заменим каждую цифру числа $537,45_8$ двоичным числом длиной три разряда ($n = 3$)

$$537,45_8 = 101011110,100101_2$$

$$(5 \rightarrow 101, 3 \rightarrow 011, 6 \rightarrow 110, 4 \rightarrow 100, 5 \rightarrow 101)$$

2. Число $5F7,A23_{16}$ перевести в двоичную систему счисления.

$$q = 16 = 2^4 \quad n = 4.$$

Заменим каждую цифру числа $5F7,A23_{16}$ двоичным числом длиной четыре разряда ($n = 4$)

$$5F7,A23_{16} = 010111110111,101000100011_2$$

$$(5 \rightarrow 0101, F \rightarrow 1111, 7 \rightarrow 0111, A \rightarrow 1010, 2 \rightarrow 0010, 3 \rightarrow 0011)$$

Арифметические операции в позиционных системах счисления

Правила выполнения арифметических действий для всех позиционных систем счисления одинаковы и совпадают с правилами для десятичной системы счисления. При этом можно пользоваться таблицами сложения и умножения для системы счисления с основанием q .

Для $q = 2, 8$ и 16 таблицы сложения и умножения представлены ниже.

$$q = 2$$

$a+b$		
$\begin{array}{c c} & b \\ \hline a & \end{array}$	0	1
0	0	1
1	1	10

$a \cdot b$		
$\begin{array}{c c} & b \\ \hline a & \end{array}$	0	1
0	0	0
1	0	1

q = 8

a+b

$\begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

a · b

$\begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

q = 16

a+b

$\begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

a · b

$\begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

Сложение

Если результат сложения двух цифр в системе счисления с основанием q больше q (т. е. полученное число двузначное), то старшая цифра результата равна 1. Таким образом, при сложении в следующий разряд может переходить только единица, а результат сложения в любом разряде будет меньше, чем q . Результат сложения двух положительных чисел имеет столько же значащих цифр, что и максимальное из двух слагаемых, либо на одну цифру больше, но этой цифрой может быть только единица.

Примеры

Сложить числа:

1. $100110011_2 + 1101001_2 = 110011100_2$

2. $723,3_8 + 467,53_8 = 1413,03_8$

3. $3B9,6_{16} + 78C,8_{16} = B45,E_{16}$

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ + \quad \quad 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7\ 2\ 3,3 \\ + 4\ 6\ 7,5\ 3 \\ \hline 1\ 4\ 1\ 3,0\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3\ B\ 9,6 \\ + 7\ 8\ C,8 \\ \hline B\ 4\ 5,E \end{array}$$

Вычитание

Если необходимо вычесть из цифры a цифру b и $a \geq b$, то в столбце b таблицы сложения ищем значение числа a . Самая левая цифра в строке, в которой найдено значение числа a , и будет результатом вычитания. Если же $a < b$, то нужно заимствовать единицу из левого разряда, поэтому в столбце ищем число $1a$, и левая цифра в соответствующей строке будет результатом вычитания.

Примеры

Выполнить вычитание чисел:

1. $1100000,001_2 - 101101,1_2 = 110010,101_2$

2. $1510,2_8 - 1430,73_8 = 57,25_8$

3. $25E,D8_{16} - 171,6_{16} = ED,78_{16}$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0,0\ 0\ 1 \\ - 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1,1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0,1\ 0\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 5\ 1\ 0,2 \\ - 1\ 4\ 3\ 0,7\ 3 \\ \hline 5\ 7,2\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2\ 5\ E, D\ 8 \\ - 1\ 7\ 1,6 \\ \hline E\ D,7\ 8 \end{array}$$

Умножение

Умножение выполняется столбиком с использованием соответствующих таблиц умножения и сложения.

Отметим, что во всех позиционных системах счисления с любым основанием q умножение на числа вида q^m , где m – целое число, сводится просто к перенесению запятой умножаемого на m разрядов вправо или влево (в зависимости от знака m), так же, как и в десятичной системе счисления.

Примеры

Выполнить умножение чисел:

1. $10011_2 \cdot 100101_2 = 1010111111_2$

2. $1176,4_8 \cdot 45,3_8 = 56467,74_8$

3. $62, B_{16} \cdot 70, D_{16} = 2B7D, 2F_{16}$

$$\begin{array}{r}
 \times \quad 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\
 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\
 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\
 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \ 1 \ 7 \ 6, \ 4 \\
 \times \quad \quad 4 \ 5, \ 3 \\
 \hline
 3 \ 5 \ 7 \ 3 \ 4 \\
 6 \ 1 \ 7 \ 0 \ 4 \\
 \hline
 4 \ 7 \ 7 \ 2 \ 0 \\
 \hline
 5 \ 6 \ 4 \ 6 \ 7, \ 7 \ 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times \quad 6 \ 2, \ B \\
 7 \ 0, \ D \\
 \hline
 5 \ 0 \ 2 \ F \\
 2 \ B \ 2 \ D \\
 \hline
 2 \ B \ 7 \ D, \ 2 \ F
 \end{array}$$

Деление

Как для умножения, так и для деления нужны обе таблицы – умножения и сложения в соответствующей системе счисления. Само деление выполняется уголком с последующим вычитанием сомножителей.

Выполнить деление:

1. $11010111_2 : 101011_2 = 101_2$

2. $46230_8 : 53_8 = 710_8$;

3. $4C98_{16} : 2B_{16} = 1C8_{16}$.

$$\begin{array}{r|l}
 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 & 101011 \\
 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 & 101 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 & \\
 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 4 \ 6 \ 2 \ 3 \ 0 & 5 \ 3 \\
 4 \ 5 \ 5 & 7 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 5 \ 3 & \\
 5 \ 3 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 4 \ C \ 9 \ 8 & 2 \ B \\
 2 \ B & 1 \ C \ 8 \\
 \hline
 2 \ 1 \ 9 & \\
 2 \ 0 \ 4 & \\
 \hline
 1 \ 5 \ 8 & \\
 1 \ 5 \ 8 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

Двоично-десятичная система счисления

Двоично-десятичная система счисления широко используется в цифровых устройствах, когда основная часть операций связана не с обработкой и хранением вводимой информации, а с ее вводом и выводом на какие-либо индикаторы с десятичным представлением полученных результатов (микрокалькуляторы, кассовые аппараты и т. п.).

В двоично-десятичной системе счисления цифры от 0 до 9 представляют четырехразрядными двоичными комбинациями от 0001 до 1001, т.е. двоичными эквивалентами десяти первых шестнадцатеричных чисел (см. табл. 2).

Преобразования из двоично-десятичной системы в десятичную систему и обратные преобразования выполняются путем прямой замены четырех двоичных цифр одной десятичной цифрой или обратной замены.

Пример

Преобразовать число 00110111_{2-10} из двоично-десятичной системы в десятичную систему.

$$\begin{array}{cc} 0011 & 0111_{2-10} \\ \downarrow & \downarrow \\ 3 & 7 \end{array}$$

Ответ: $00110111_{2-10} = 37_{10}$.

Две двоично-десятичные цифры составляют 1 байт. Таким образом, с помощью 1 байта можно представить значения от 0 до 99, а не от 0 до 255, как при использовании 8-разрядного двоичного кода. Используя 1 байт для представления каждой двух десятичных цифр, можно формировать двоично-десятичные числа с любым требуемым числом десятичных разрядов.

Так, если число 1000 0011 0010 0111 рассматривать как двоичное, то его десятичный эквивалент $1000\ 0011\ 0010\ 0111_2 = 33575_{10}$ в несколько раз больше десятичного эквивалента двоично-десятичного числа $1000\ 0011\ 0010\ 0111_{2-10} = 8327_{10}$.