

5.1. Расчет колонн. Общие положения

По характеру работы различают центрально-сжатые колонны и внецентренно сжатые. Центрально-сжатыми называются элементы, нагрузка на которые действует по центру тяжести сечения (в колоннах с симметричным сечением центр тяжести сечения принимается совпадающим с геометрическим центром (рис. 5.1, а). На внецентренно сжатые колонны сила действует не по центру тяжести, а с эксцентриситетом e_0 (рис. 5.1, б) или, что равнозначно, одновременно приложены продольная сила N и изгибающий момент M , полагая, что $e_0 = M/N$.

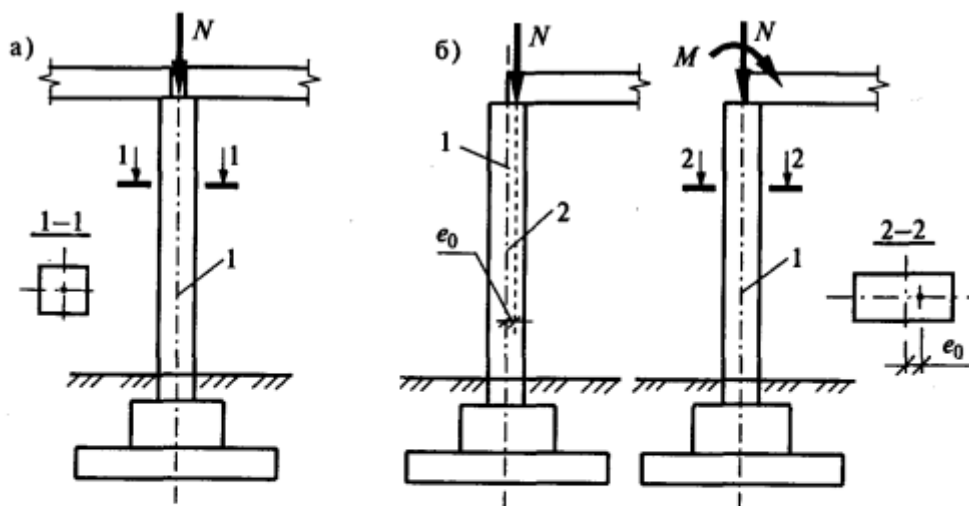


Рис. 5.1. Сжатые колонны: а) центрально-сжатые; б) внецентренно сжатые; 1 – ось центра тяжести колонны; 2 – ось приложения нагрузки

Центральное сжатие более выгодно, так как конструкция испытывает менее сложное напряженное состояние, что позволяет зачастую проектировать более простые сечения элементов и полнее использовать несущую способность материала.

5.1.1. Работа центрально-сжатых колонн под нагрузкой и предпосылки для расчета по несущей способности

Напряженно-деформированное состояние центрально-сжатых колонн и характер их разрушения зависят от многих факторов: материала, размеров и формы поперечного сечения, длины, способов закрепления концов и т.д. Можно выделить некоторые общие для всех материалов черты в их работе под нагрузкой, а также указать на особенности работы.

Если поставить цель довести колонну (далее будем иметь в виду центрально-сжатую, если не оговорено особо) до разрушения, то в подавляющем большинстве случаев это произойдет от потери общей устойчивости вследствие появления продольного изгиба, или, иначе говоря, выпучивания стойки (рис. 5.2, а). Изгиб стержня может произойти и от силы, приложенной перпендикулярно к его оси, но тогда изгиб называют поперечным, а не продольным (рис. 5.2, б).

При продольном или поперечном изгибе разрушение элемента происходит оттого, что напряжения в его крайних волокнах дости-

гают предельных величин, и материал разрушается. Продольному изгибу в той или иной степени подвержены все сжатые элементы, его проявление зависит от их гибкости и материала, из которого изготовлен сжатый элемент. Стальные и деревянные колонны, как правило, имеют небольшие размеры поперечного сечения и являются более гибкими, а железобетонные и каменные имеют более значительные размеры поперечного сечения и, следовательно, обладают меньшей гибкостью. Нормы учитывают безопасные величины продольного изгиба — это и положено в основу расчета колонн.

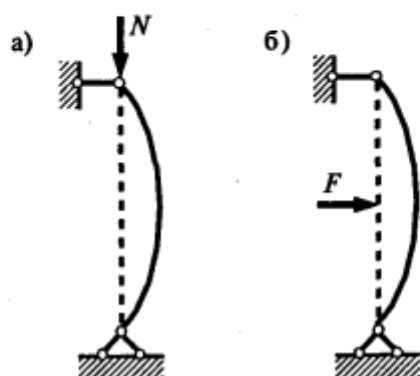


Рис. 5.2. Изгиб стержня: а) продольный изгиб; б) поперечный изгиб

5.1.2. Расчет центрально-сжатых колонн (стоек). Общие подходы

Расчет прочности центрально-сжатых колонн (элементов) ведется из предпосылки, что нормальные напряжения σ в их поперечном сечении распределяются равномерно (рис. 5.3).

В строительных конструкциях исходя из расчета по предельным состояниям несущая способность считается обеспеченной, если выполняется условие (2.1)

$$N \leq \Phi,$$

где N — наибольшая вероятная нагрузка;

Φ — наименьшая вероятная несущая способность сечения, которая зависит от расчетного сопротивления материала R и площади поперечного сечения A , т.е. формула (2.1) принимает вид

$$N \leq RA. \quad (5.1)$$

Формулу (5.1) можно рассматривать как базовую при расчетах прочности.

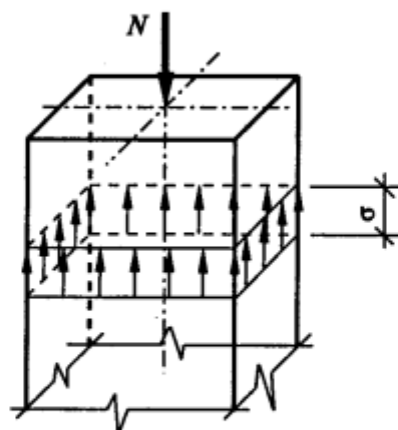


Рис. 5.3. Распределение напряжений в сечении колонны при центральном сжатии

В большинстве случаев при работе колонн возникает, как уже говорилось, явление продольного изгиба, при котором несущая способность колонны уменьшается. В расчетных формулах сжатых колонн (элементов) это учитывается введением коэффициента продольного изгиба φ , имеющего значения меньше 1,0. Поэтому расчетная формула для расчета центрально-сжатых колонн независимо от материала принимает вид

$$N \leq \varphi RA. \quad (5.2)$$

Формулу (5.2) можно рассматривать как базовую при расчетах на устойчивость. Для каждого из материалов: стали, железобетона, камня, дерева — она видоизменяется с учетом особенностей их работы под нагрузкой.

Величину коэффициента продольного изгиба φ можно определить по формулам, которые опытным путем установлены для каждого из материалов, но для удобства расчетов для его определения в строительных нормах обычно приводятся таблицы. Основным параметром, от которого зависит φ , является гибкость стержня (колонны) — λ . Не останавливаясь на математических обоснованиях, укажем, что гибкость определяется по формуле

$$\lambda = \frac{l_0}{i}, \quad (5.3)$$

где l_0 — расчетная длина стержня, которая, в свою очередь, определяется по формуле


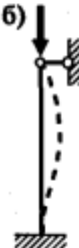



$$l_0 = \mu l, \quad (5.4)$$

где l — геометрическая длина стержня;

μ — коэффициент, зависящий от способов закрепления концов стержня, и определяется он по табл. 5.1: а) шарнирное закрепление верхнего и нижнего концов стержня; б) верхний конец стержня закреплен шарнирно, а нижний защемлен; в) защемление верхнего и нижнего концов стержня; г) верхний конец стержня не закреплен, а нижний защемлен; д) верхний конец стержня закреплен шарнирно на упругоподвижной опоре, а нижний конец стержня защемлен.

Таблица 5.1

Схемы изгиба стержней при различных способах закрепления

Схемы закрепления концов стержней		а)	б)	в)	г)	д)
						
Коэффициент μ	Стальные конструкции	$\mu = 1,0$	$\mu = 0,7$	$\mu = 0,5$	$\mu = 2,0$	μ — зависит от степени подвижности опоры
	Деревянные конструкции	$\mu = 1,0$	$\mu = 0,8$	$\mu = 0,65$	$\mu = 2,2$	

Коэффициент расчетной длины μ при расчете деревянных конструкций отличается от коэффициентов, принятых при расчете стальных конструкций, так как учитывает, что из-за усушки древесины невозможно обеспечить полное защемление концов деревянных стержней. Определение расчетных длин для железобетонных и кирпичных колонн рассмотрено в соответствующих параграфах, но в целом выполняется аналогично определению расчетных длин для стальных и деревянных элементов. Правила построения расчетных схем изложены в главе 4.

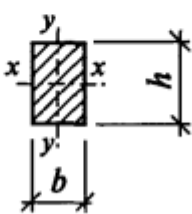
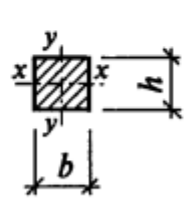
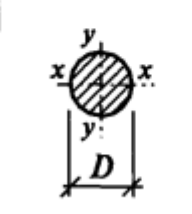
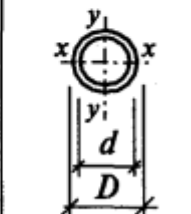
В знаменателе формулы (5.3) присутствует величина i , которая называется радиусом инерции. Она определяется по формуле

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}, \quad (5.5)$$

где I — момент инерции сечения стержня; A — площадь сечения стержня.

Некоторые формулы для определения характеристик различных сечений, необходимых для расчетов, приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2
Формулы для определения характеристик сечений

Сечение элемента				
A	bh	b^2	$\frac{\pi D^2}{4}$	$\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}$
I_x	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{b^4}{12}$	$\frac{\pi D^4}{64}$	$\frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64}$
I_y	$\frac{hb^3}{12}$	$\frac{b^4}{12}$	$\frac{\pi D^4}{64}$	$\frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64}$
i_x	$0,289h$	$0,289b$	$0,25D$	$0,25\sqrt{D^2 - d^2}$
i_y	$0,289b$	$0,289b$	$0,25D$	$0,25\sqrt{D^2 - d^2}$

Для стального проката (уголков, швеллеров, двутавровых балок) радиусы инерции и другие характеристики приведены в сортаменте (Приложение 1).

Вследствие ряда причин расчетные длины стержней могут быть различными в разных плоскостях: l_{0x} — расчетная длина стержня относительно оси $x-x$; l_{0y} — расчетная длина стержня относительно оси $y-y$ (рис. 5.4). Из рисунка видно, что форма изгиба конструкции в ее плоскости отличается от формы изгиба в плоскости, лежащей перпендикулярно плоскости конструкции, и, соответственно, расчетные длины стойки при работе в разных плоскостях различны.

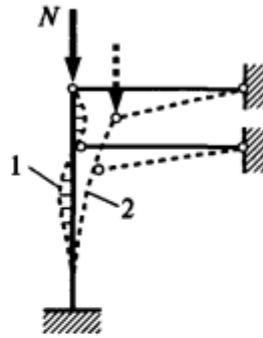


Рис. 5.4. Формы изгиба конструкции в разных плоскостях: 1 – изгиб стойки в плоскости конструкции; 2 – изгиб стойки в плоскости, перпендикулярной плоскости конструкции

Так как размеры сечения часто не одинаковы относительно осей изгиба, могут различаться и радиусы инерции относительно этих осей (i_x, i_y) и, следовательно, могут различаться гибкости (λ_x, λ_y):

$$\lambda_x = \frac{l_{0x}}{i_x}; \quad \lambda_y = \frac{l_{0y}}{i_y}. \quad (5.3, a)$$

Продольный изгиб центрально-сжатого элемента будет происходить относительно оси, по отношению к которой гибкость больше.

Уже говорилось, что для коротких колонн коэффициент продольного изгиба $\varphi = 1$, обычно при практических расчетах в колоннах значение коэффициента $\varphi = 0,5-0,8$. При больших значениях гибкости (длинных колоннах с небольшим сечением) опасное напряженное состояние наступает при очень небольших нагрузках, поэтому вводится понятие предельной гибкости $\lambda_{пред.}$, которая не должна быть превышена независимо от величины нагрузки. Значения предельной гибкости приводятся в нормах, они зависят от характера нагрузки (статическая или динамическая), конструкции, материала. Способы их определения будут рассмотрены в соответствующих темах.

Если сжатая конструкция в расчетном сечении имеет ослабления (отверстия, врезки или состоит из нескольких ветвей), то необходимо проводить расчет прочности и устойчивости (условия 5.1, 5.2). Если в сплошной колонне ослаблений нет, напряжения получаются больше в расчетах устойчивости и в этом случае ограничиваются только расчетом устойчивости (условие 5.2).

В некоторых конструкциях устойчивость элемента в целом обеспечивается, но теряется устойчивость отдельных его участков, и в этом случае необходимо проводить расчет на местную устойчивость, который приводится в нормах проектирования.

Отметим, что основная расчетная формула (5.2) дает возможность решать следующие типы задач:

тип 1: определение размеров сечения колонны от заданной нагрузки N :

$$A \geq \frac{N}{\varphi R}.$$

После определения требуемой площади поперечного сечения выполняется подбор размеров сечения. Это наиболее распространенный тип задач при расчете и проектировании колонн;

тип 2: проверка несущей способности колонны:

$$N \leq \varphi RA.$$

Такая задача может возникнуть при изменении нагрузки (замене вышележащих конструкций, оборудования и т.д.), а также при проверке принятых размеров сечения колонны;

тип 3: определение несущей способности колонны (Φ):

$$\Phi = \varphi RA.$$

Такая задача может рассматриваться как самостоятельная, но ее применение ограничено, и она является частным случаем типа 2, поэтому мы в дальнейшем будем говорить о двух типах задач при расчете колонн.

Общепринято после подбора сечения делать проверку его несущей способности, поэтому при расчете, как правило, приходится решать оба типа задач.

Материалы, используемые в сжатых элементах, различаются как по прочности, так и по характеру работы при сжатии. Если стальные конструкции работают упруго, то в конструкциях из других материалов уже при относительно небольших нагрузках возникают наряду с упругими деформациями пластические деформации (упруго-пластическая работа). Все это приводит к тому, что расчеты конструкций, выполненных из различных материалов, имеют свои особенности, которые приводятся в соответствующих главах СНиП.

5.1.3. Понятие о расчете внецентренно сжатых колонн

В отличие от центрального сжатия при внецентренном сжатии напряжения в поперечном сечении распределяются неравномерно. При этом возможны три основных случая (рис. 5.5):

- а) $\sigma_{min} > 0, \sigma_{max} > 0$;
- б) $\sigma_{min} = 0, \sigma_{max} > 0$;
- в) $\sigma_{min} < 0, \sigma_{max} > 0$.

При внецентренном сжатии на продольный изгиб оказывает влияние изгибающий момент, и поэтому размеры сечения внецентренно сжатых элементов увеличивают в направлении действия момента, тем самым уменьшая в этом направлении гибкость (увеличивая жесткость).

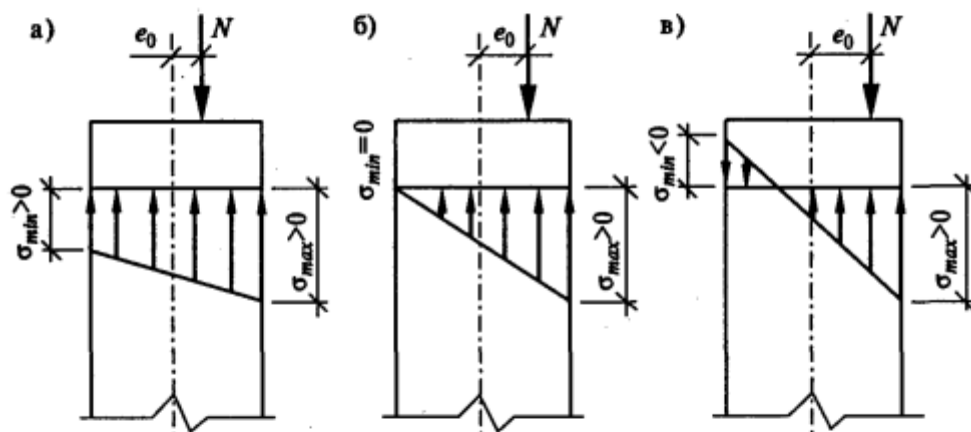


Рис. 5.5. Распределение напряжений при внецентренном сжатии

Расчетные формулы при внецентренном сжатии выводятся из предпосылки: $\sigma_{max} \leq R_{сжатие}$, а в случае возникновения растягивающих напряжений в сечении элемента также учитывается условие $\sigma_{min} \leq R_{растяжению}$ (рис. 5.5, в).

Расчет внецентренно сжатых колонн более сложен, чем расчет центрально-сжатых колонн, и в большей степени зависит от материала. Внецентренно сжатые железобетонные и каменные колонны необходимо рассчитывать не только на прочность, общую устойчивость, но в некоторых случаях на раскрытие трещин. В рамках нашего курса расчет конструкций на внецентренное сжатие в основном не рассматривается.